

# MVO-31 Desempenho de Aeronaves - Curva, manobras e diagrama V-n

Flávio Ribeiro   Mauricio Morales   Flávio Silvestre

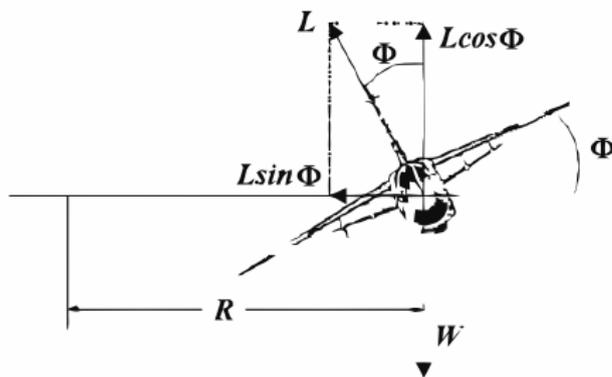
Departamento de Mecânica do Voo  
Divisão de Engenharia Aeroespacial  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica



2017

# Desempenho em curvas e diagrama V-n

# Curva nivelada



Equações de equilíbrio nivelado:

$$\begin{cases} L \cos \Phi = W \\ L \sin \Phi = m \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

# Curva nivelada

da primeira equação:

$$L \cos \Phi = W$$

$$\frac{L}{W} = \frac{1}{\cos \Phi}$$

$$n_z = \frac{1}{\cos \Phi}$$

velocidade angular da curva:

$$w = \frac{V}{R}$$

substituindo a equação do raio:

$$w = \frac{g \sqrt{n_z^2 - 1}}{V}$$

da segunda equação:

$$L \sin \Phi = m \frac{V^2}{R}$$

$$RL \sqrt{1 - \cos^2 \Phi} = m V^2$$

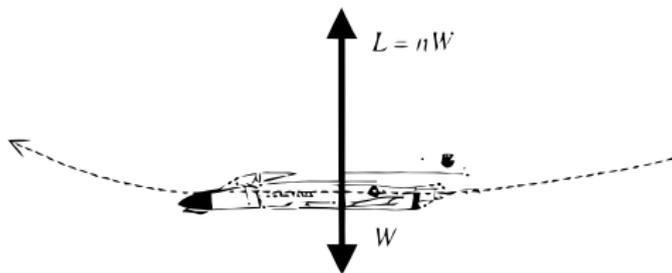
$$RL \sqrt{1 - \frac{1}{n_z^2}} = m V^2$$

$$R \frac{L}{mg} \frac{\sqrt{n_z^2 - 1}}{n_z} = \frac{m V^2}{mg}$$

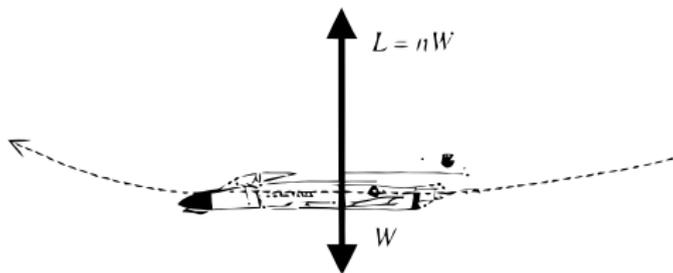
$$R n_z \frac{\sqrt{n_z^2 - 1}}{n_z} = \frac{V^2}{g}$$

$$R = \frac{V^2}{g \sqrt{n_z^2 - 1}}$$

# Pull-up



# Pull-up



$$w = \frac{V}{R}$$

$$w = \frac{g(n_z - 1)}{V}$$

$$L - W = m \frac{V^2}{R}$$

$$n_z W - W = m \frac{V^2}{R}$$

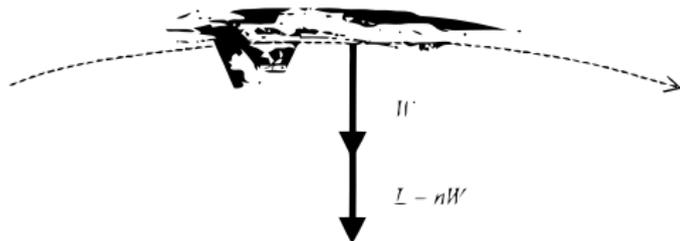
$$RW(n_z - 1) = mV^2$$

$$R = \frac{mV^2}{W(n_z - 1)}$$

$$R = \frac{V^2}{g(n_z - 1)}$$



# Pull-down



$$w = \frac{V}{R}$$

$$w = \frac{g(n_z + 1)}{V}$$

$$L + W = m \frac{V^2}{R}$$

$$n_z W + W = m \frac{V^2}{R}$$

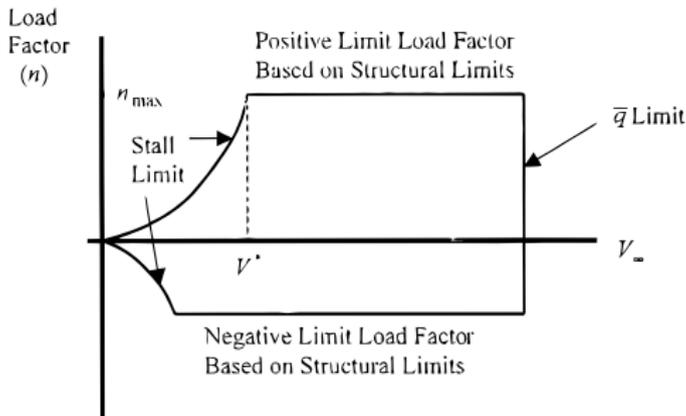
$$RW(n_z + 1) = mV^2$$

$$R = \frac{mV^2}{W(n_z + 1)}$$

$$R = \frac{V^2}{g(n_z + 1)}$$

Portanto, o pull-down é mais rápido e fechado que o pull-up.

# Diagrama V-n



$$L = n_z W$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = n_z W$$

$$\frac{1}{2} \rho V_{stall}^2 S C_{L_{MAX}} = n_z W$$

$$n_z = \left( \frac{\rho S C_{L_{MAX}}}{2 W} \right) V_{stall}^2$$

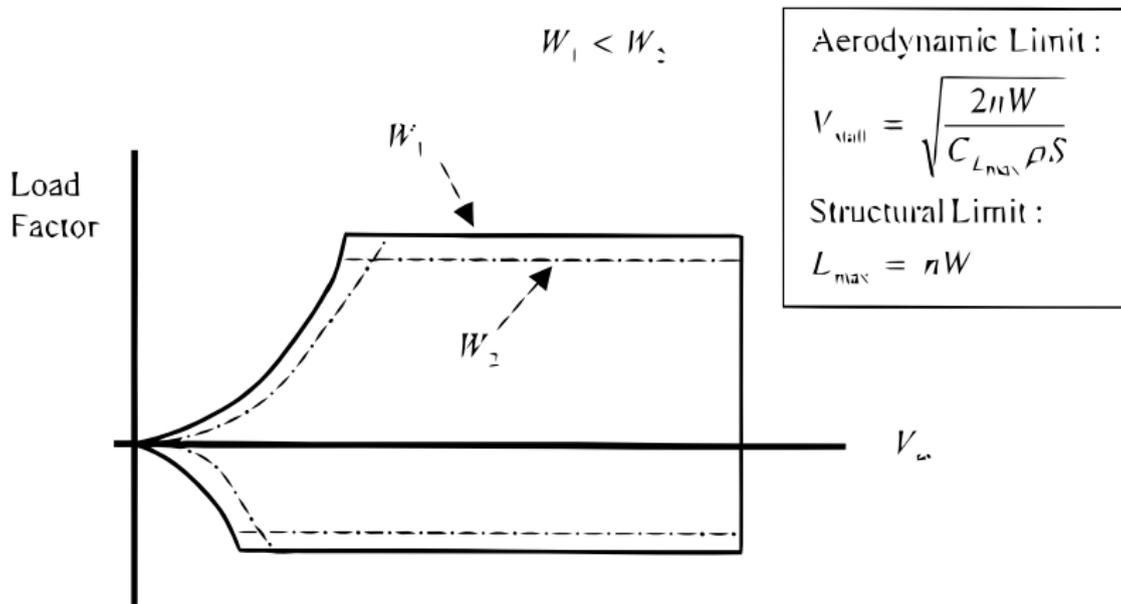
velocidade do limite de "stall"  
 coincidindo com limite estrutural

$$= V^* = \sqrt{\frac{2 n_{z_{MAX}} W}{\rho S C_{L_{MAX}}}}$$

- ▶ é feito para uma configuração de peso e altitude
- ▶ sua área interna é chamada de envelope de operação, na qual a aeronave pode operar em segurança numa combinação de velocidade e fator de carga

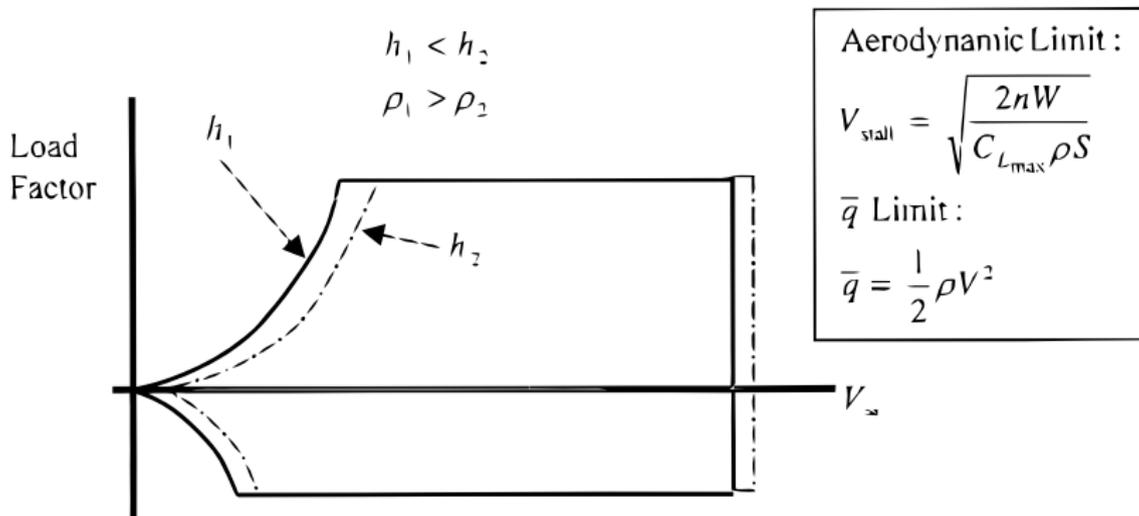
# Diagrama V-n

## Diagrama V-n - Influência do peso



# Diagrama V-n

## Diagrama V-n - Influência da altitude



# Exercícios

## Exercícios - Exercício I

**Exercício:** Determine o fator de carga, ângulo de inclinação, e raio da curva para uma aeronave a 120 kn e numa razão de curva de 15 deg/s

# Exercícios

## Exercícios - Exercício I

**Exercício:** Determine o fator de carga, ângulo de inclinação, e raio da curva para uma aeronave a 120 kn e numa razão de curva de 15 deg/s

**Solução:**

$$V = 120 \text{ kn} = 120 \text{ kn} \left( 1.69 \frac{\text{ft/s}}{\text{kn}} \right) = 202,8 \text{ ft/s}$$

$$\omega = 15 \text{ deg/s} = 15 \left( \frac{\text{rad}}{57,3 \text{ deg}} \right) = 0,262 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{g\sqrt{n^2 - 1}}{V} \Rightarrow n = \sqrt{\left( \frac{\omega V}{g} \right)^2 + 1}$$

# Exercícios

## Exercícios - Exercício I

$$n = \sqrt{\left(\frac{(0.262)(202,8)}{32,2}\right)^2 + 1} = 1,93$$

$$R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{(202,8)^2}{32,2\sqrt{(1,93)^2 - 1}} = 773,8 \text{ ft}$$

$$\Phi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{1,93}\right) = 58,8 \text{ deg}$$

# Exercícios

## Exercícios - Exercício II

**Exercício:** Um F-22 está realizando um “pull-up” de 5-g, a uma altitude de 10.000 ft e velocidade de 500 kn. Qual é a razão de curva o raio de curva?

# Exercícios

## Exercícios - Exercício II

**Exercício:** Um F-22 está realizando um “pull-up” de 5-g, a uma altitude de 10.000 ft e velocidade de 500 kn. Qual é a razão de curva o raio de curva?

**Solução:**

$$V = 500 \text{ kn} = 500 \text{ kn} \left( 1.69 \frac{\text{ft/s}}{\text{kn}} \right) = 845 \text{ ft/s}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{g(n-1)}{V} = \frac{32,2(5-1)}{845} = 0,152 \text{ rad/s} \\ &= 0,152 \text{ rad/s} \left( \frac{57,3 \text{ deg}}{\text{rad}} \right) = 8,71 \text{ deg/s} \end{aligned}$$

$$R = \frac{V^2}{g(n-1)} = \frac{(845)^2}{32,2(5-1)} = 5544 \text{ ft}$$

# Exercícios

## Exercícios - Exercício III

**Exercício:** Um F-22 está realizando um “pull-down” de 5-g, a uma altitude de 10.000 ft e velocidade de 500 kn. Qual é a razão de curva o raio de curva?

# Exercícios

## Exercícios - Exercício III

**Exercício:** Um F-22 está realizando um “pull-down” de 5-g, a uma altitude de 10.000 ft e velocidade de 500 kn. Qual é a razão de curva o raio de curva?

**Solução:**

$$V = 500 \text{ kn} = 500 \text{ kn} \left( 1.69 \frac{\text{ft/s}}{\text{kn}} \right) = 845 \text{ ft/s}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{g(n+1)}{V} = \frac{32,2(5+1)}{845} = 0,229 \text{ rad/s} \\ &= 0,229 \text{ rad/s} \left( \frac{57,3 \text{ deg}}{\text{rad}} \right) = 13,1 \text{ deg/s} \end{aligned}$$

$$R = \frac{V^2}{g(n+1)} = \frac{(845)^2}{32,2(5+1)} = 3696 \text{ ft}$$