PEE 2019

Simulink e Mecânica do Voo

Professores:
Flávio Ribeiro (flaviocr@ita.br)
Mauricio Morales (morales@ita.br)

Simulink e Mecânica do Voo

1a parte focada em simulação:

1. Breve revisão;
2. Inclusão de vento na simulação;
3. Cálculo de fator de carga e linearização;
4. Simulação em ambiente Simulink:
    - Através de s-functions;
    - Através de operações com blocos de Simulink;
5. Inclusão da dinâmica de atuadores;
6. Outros tópicos utilizando Simulink:
    - Linearização;
    - Interfaces de visualização gráficas;
    - Utilização de joystick;

2a parte focada em controle (Mauricio Morales)

Revisão

1. Equações do movimento;
2. Cálculo das condições de equilíbrio;
3. Linearização e Estabilidade;

Revisão - Equações do movimento

São 12 equações do movimento completo:
Dinâmica de translação:

$$\begin{aligned}\dot{u} =& rv - qw + F_{ext,x}/m \\ \dot{v} =& pw - ru + F_{ext,y}/m \\ \dot{w} =& qu - pv + F_{ext,z}/m\end{aligned}$$

Dinâmica de rotação:

$$\begin{aligned}\dot{p} =& \frac{I_{xz}n_A + I_{zz}l_A + I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})pq - (I_{xz}^2 - I_{yy}I_{zz} + I_{zz}^2)qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \\ \dot{q} =& \frac{m_A + m_F - (I_{xx} - I_{zz})rp - I_{xz}(p^2 - r^2)}{I_{yy}} \\ \dot{r} =& \frac{I_{xx}n_A + I_{xz}l_A - I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})qr + (I_{xx}^2 - I_{xx}I_{yy} + I_{xz}^2)pq}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2}\end{aligned}$$

Revisão - Equações do movimento

Cinemática de translação:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} =& u \cos\Theta \cos\Psi + v(\sin\Phi \sin\Theta \cos\Psi - \cos\Phi \sin\Psi) + w(\cos\Phi \sin\Theta \cos\Psi + \sin\Phi \sin\Psi) \\
\dot{y} =& u \cos\Theta \sin\Psi + v(\cos\Phi \cos\Psi + \sin\Phi \sin\Theta \sin\Psi) + w(-\sin\Phi \cos\Psi + \cos\Phi \sin\Theta \sin\Psi) \\
\dot{H} =& u \sin\Theta - v \sin\Phi \cos\Theta - w \cos\Phi \cos\Theta
\end{aligned}
$$

Cinemática de rotação:

$$
\begin{aligned}
\dot{\Phi} =& p + q \sin\Phi \tan\Theta + r \cos\Phi \tan\Theta \\
\dot{\Theta} =& q \cos\Phi - r \sin\Phi \\
\dot{\Psi} =& q \sin\Phi / \cos\Theta + r \cos\Phi / \cos\Theta
\end{aligned}
$$

É possível reescrever as equações utilizando variáveis aerodinâmicas:

Relação entre velocidades (inerciais) no sistema de coordenadas do corpo e variáveis aerodinâmicas:

$$\begin{aligned} u &= V \cos\alpha \cos\beta \\ v &= V \sin\beta \\ w &= V \sin\alpha \cos\beta \end{aligned}$$

Pode-se chegar às seguintes relações:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w})/V \\ \dot{\alpha} &= (u\dot{w} - w\dot{u})/(u^2 + w^2) \\ \dot{\beta} &= (V\dot{v} - v\dot{V})/(V\sqrt{u^2 + w^2}) \end{aligned}$$

Dessa forma, podemos reescrever as equações e substituir os estados (u,v,w) por (V,α, β).

Temos um total de 12 variáveis de estado:

- u,v,w (ou V, α, β), p,q,r,Φ, θ, ψ, x_I, y_I, H.
- Três variáveis são ignoráveis: ψ,x_I, y_I.

Em geral, temos quatro variáveis de controle:

- δp, δa, δr, π (deflexão de profundor, aileron, leme e manete)

Revisão - Cálculo do Equilíbrio

- Vamos calcular a condição de equilíbrio para uma aeronave em voo curvilíneo horizontal estabilizado.
- Trata-se de uma condição permanente de vôo: situação na qual não há variação nas forças externas atuando sobre aeronave.
- Em uma curva horizontal estabilizada, tem-se uma velocidade angular Ω constante em relação ao sistema inercial.
- O vetor velocidade ângular está alinhado com o eixo Z do sistema terrestre Z_I.

Vimos que:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi\cos\Theta \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi\cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}$$

Logo ($\dot{\Phi} = \dot{\theta} = 0$, $\dot{\psi} = \Omega$):

$$\begin{aligned} p_E &= -\,\Omega\sin\theta_E \\ q_E &= \Omega\sin\Phi_E\cos\theta_E \\ r_E &= \Omega\cos\Phi_E\cos\theta_E \end{aligned}$$

Revisão - Cálculo do Equilíbrio

- Para condição de voo permanente devemos impor ainda que as equações de força e momento sejam mantidas em equilíbrio.

Devemos anular as 3 equações de forças no equilíbrio, bem como as 3 equações de momento. Além disso, das equações cinemáticas, apenas a variação de altura deve ser zerada. Em geral, define-se: V_E, H_E, Ω_E.

$$\dot{u} = 0$$
$$\dot{v} = 0$$
$$\dot{w} = 0$$
$$\dot{p} = 0$$
$$\dot{q} = 0$$
$$\dot{r} = 0$$
$$\dot{H} = 0$$

- Temos 7 equações;
- 8 variáveis desconhecidas: α,β, Φ_E, θ_E, δp_E, δa_E, π_E.
- Podemos arbitrar um valor para uma delas e calcular as outras sete de modo a resolver o conjunto de equações;
- Soluções analíticas simplificadas podem ser tentadas. Focaremos, porém, nas soluções numéricas. Pode-se implementar numericamente no MATLAB empregando-se a função *fsolve*.

Revisão - Cálculo do equilíbrio

Exemplo - Curva coordenada

- Utilizaremos os seguintes dados de equilíbrio: V_E, Ω_E, H_E e β_E. Para curva coordenada, $\beta_E = 0$
- Calculamos α_E, ϕ_E, θ_E, δp_E, δa_E, δr_E, π_E

```
Condicoes de Equilibrio
Altitude(m): 30
Velocidade(m/s): 33
Omega(°/s): 1
Angulo de Derrapagem (°): 0

Resultados do Equilibrio
Manete(%): 94.8728
Angulo de ataque(°): -0.2981
Angulo de derrapagem(°): 0
Angulo de atitude(°): -0.29758
Angulo de inclinação lateral(°): 3.3719
Deflexao do profundor(°): -0.051786
Deflexao do aileron(°): 0.019343
Deflexao do leme(°): -0.083004
```

- Temos curva à direita;
- Asa direita abaixada ($\Phi > 0$)
- Pedal direito acionado ($\delta r < 0$);
- Manche à esquerda ($\delta a > 0$);
- Esse tipo de curva é chamada de curva coordenada. O piloto atua em ambos os comandos visando manter a derrapagem nula;
- Veja que as deflexões de comando exigidas são relativamente pequenas.

Revisão - Cálculo do equilíbrio

Exemplo - Curva com asas niveladas

- Utilizaremos os seguintes dados de equilíbrio: V_E, Ω_E, H_E e Φ_E. Para asas niveladas, $\Phi_E = 0$
- Calculamos α_E, β_E, θ_E, δp_E, δa_E, δr_E, π_E

```
Condicoes de Equilibrio
Altitude(m): 30
Velocidade(m/s): 33
Omega(°/s): 1
Inclinação lateral (°): 0

Resultados do Equilibrio
Manete(%): 98.467
Angulo de ataque(°): -0.30489
Angulo de derrapagem(°): -17.6516
Angulo de atitude(°): -0.30489
Angulo de inclinação lateral(°): 0
Deflexao do profundor(°): -0.044174
Deflexao do aileron(°): 6.276
Deflexao do leme(°): -12.7798
```

- Temos vento vindo da esquerda ($\beta < 0$);
- Pedal direito acionado ($\delta r < 0$);
- Manche à esquerda ($\delta a > 0$);
- Note que grandes deflexões de comandos são necessárias;
- Esse tipo de curva (deescoordenada) gera forças de inércia laterais desagradáveis ao passageiro e é pouco usada na prática.

Linearização

Para o movimento completo da aeronave, temos um conjunto de 12 estados e 4 controles, formando um sistema na forma:

$$\dot{X} = f(X, u)$$

onde f é função não-linear dos estados:

$$X = \begin{bmatrix} V & \alpha & \beta & p & q & r & \Phi & \theta & \psi & x & y & H \end{bmatrix}^T$$

e dos controles: $u = \begin{bmatrix} \pi & \delta p & \delta a & \delta r \end{bmatrix}^T$

Desejamos linearizar as equações para:

- Permitir a aplicação de técnicas de controle linear;
- Efetuar um estudo da estabilidade dinâmica da aeronave.

Linearizando, teremos:

$$\dot{X} = AX + BU$$

Linearização

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{H} \end{bmatrix} = f(X, U) = \begin{bmatrix} f_V \\ f_\alpha \\ f_\beta \\ f_p \\ f_q \\ f_r \\ f_\Phi \\ f_\theta \\ f_H \end{bmatrix}$$

Linearizando por exemplo a primeira linha (em torno do equilíbrio), fica:

$\dot{V} = f_V(X, U) = f_u(V, \alpha, \beta, p, q, r, \Phi, \theta, H, \pi, \delta p, \delta a, \delta r)$

$\dot{V} = f_{V\,eq} + \frac{\partial f_V}{\partial V}_{eq}(V - V_{eq}) + \frac{\partial f_V}{\partial \alpha}_{eq}(\alpha - \alpha_{eq}) + \ldots$

E de maneira análoga para os demais estados:

$\dot{\alpha} = f_{\alpha\,eq} + \frac{\partial f_\alpha}{\partial V}_{eq}(V - V_{eq}) + \frac{\partial f_\alpha}{\partial \alpha}_{eq}(\alpha - \alpha_{eq}) + \ldots$

...

Estabilidade

A teoria de sistemas lineares invariantes no tempo permitem chegar à conclusões sobre a estabilidade dinâmica do sistema com base nos autovalores λ_i da matriz A:

- $Re(\lambda_i) < 0$ - Dinamicamente estável;
- $Re(\lambda_i) > 0$ - Dinamicamente instável.

E ainda:

- $Im(\lambda_i) = 0$ - Não oscilatório;
- $Im(\lambda_i)$ não nulo - Oscilatório.

Estabilidade

Em aeronaves convencionais, os cinco autovalores associados ao movimento longitudinal são:

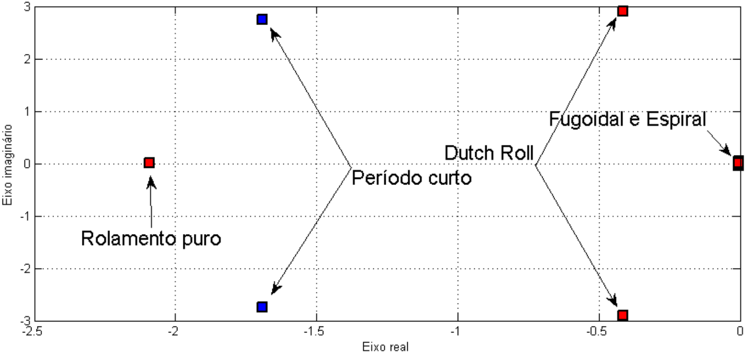
- Um par complexo conjugado mais próximo da origem (período curto);
- Um par complexo conjugado mais afastado da origem (fugoidal);
- Um autovalor sobre o eixo real (fugoidal).

Como temos 4 novos estados associados ao movimento látero-direcional (v ou β, p, r e Φ), a dinâmica completa inclui mais quatro autovalores:

- Um par complexo conjugado (Dutch Roll);
- Um autovalor sobre o eixo real próximo da origem (espiral);
- Um autovalor sobre o eixo real afastado da origem (rolamento puro).

Estabilidade

Exemplo de autovalores da dinâmica completa para o A310:



Estabilidade

Exemplo de autovalores da dinâmica completa para o A310 (apenas autovalores mais lentos, próximos da origem):