Inclusão do vento na dinâmica do voo

Simulink e Mecânica do Voo

Flávio Luiz Cardoso Ribeiro
(flaviocr@ita.br)

Departamento de Mecânica do Voo
Divisão de Engenharia Aeronáutica
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

2019

Vento na atmosfera

- No curso anterior, consideramos a atmosfera estacionária!
- Na prática, sabemos que não é bem assim...
    - Rajadas;
    - Brisa marítima/de montanha;
    - Frente de ar;
    - Furações;
    - Correntes de ar;
    - Turbulência atmosféria;
    - Esteira de outras aeronaves; etc...

§ 25.341 Gust and turbulence loads.

(a) *Discrete Gust Design Criteria.* The airplane is assumed to be subjected to symmetrical vertical and lateral gusts in level flight. Limit gust loads must be determined in accordance with the provisions:

(1) Loads on each part of the structure must be determined by dynamic analysis. The analysis must take into account unsteady aerodynamic characteristics and all significant structural degrees of freedom including rigid body motions.

(2) The shape of the gust must be:

$$U = \frac{U_{ds}}{2}\left[1\text{-Cos}\left(\frac{\pi s}{H}\right)\right]$$

for $0 \leq s \leq 2H$

where -
s = distance penetrated into the gust (feet);
U^{ds} = the design gust velocity in equivalent airspeed specified in paragraph (a)(4) of this section; and
H = the gust gradient which is the distance (feet) parallel to the airplane's flight path for the gust to reach its peak velocity.

(3) A sufficient number of gust gradient distances in the range 30 feet to 350 feet must be investigated to find the critical response for each load quantity.

Objetivos da aula

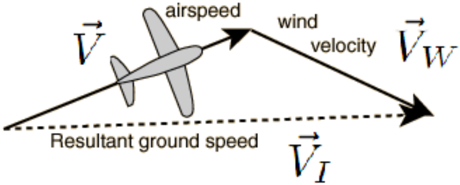
Veremos dois casos distintos:

1. Equações escritas utilizando velocidades inerciais: vento afeta o cálculo das forças aerodinâmicas;
2. Equações ecritas utilizando velocidade aerodinâmica: vento modifica as equações;

Dinâmica com vento - Dedução

Vamos supor que a atmosfera esteja em movimento em relação ao referencial inercial.
A velocidade da aeronave em relação ao referencial inercial pode ser escrita como a soma entre a velocidade do sistema inercial em relação à massa de ar, e a velocidade dessa massa em relação à Terra:

$$\vec{V}_I = \vec{V} + \vec{V}_W$$



Utilizando velocidades inerciais como variável de estado

A relação entre a velocidade em relação ao referencial inercial e a aerodinâmica é dada por:

$$\vec{V}_I = \vec{V}_A + \vec{V}_w$$

onde $\vec{V}_w$ é a velocidade do vento.
Ao escrevermos as três velocidades acima no sistema de coordenadas do corpo, chegamos às seguintes relações:

$$u_A = u - u_w$$
$$v_A = v - v_w$$
$$w_A = w - w_w$$

Podemos calcular a velocidade aerodinâmica, ângulo de ataque e ângulo de derrapagem através das seguintes relações:

$$V_A = \sqrt{u_A^2 + v_A^2 + w_A^2}$$
$$\alpha_A = \arctan w_A/u_A$$
$$\beta_A = \arcsin v_A/V_A$$

Utilizando velocidade aerodinâmica como variável de estado

No sistema de coordenadas aerodinâmico, as componentes do vento podem ser escritas:

$$\vec{V}_W = \begin{bmatrix} V_{WX} \\ 0 \\ -V_{WH} \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} V_{WH}sin(\gamma) + V_{WX}cos(\gamma) \\ 0 \\ -V_{WH}cos(\gamma) + V_{WX}sin(\gamma) \end{bmatrix}_A$$

Logo, a quantidade de movimento fica:

$$\vec{p} = m\vec{V}_I = \begin{bmatrix} V + V_{WH}sin(\gamma) + V_{WX}cos(\gamma) \\ 0 \\ -V_{WH}cos(\gamma) + V_{WX}sin(\gamma) \end{bmatrix}_A$$

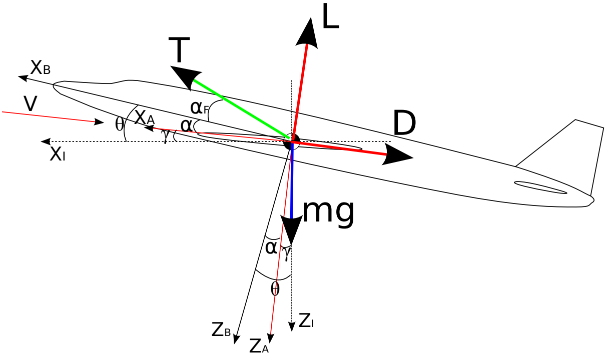
Da segunda Lei de Newton:

$$[\sum F_{ext}]_A = [\dot{\vec{p}}]_A + \vec{\omega_{AI}} \times [\vec{p}]_A$$

Chega-se à:

$$m \begin{bmatrix} \dot{V} + \dot{V}_{WH}sin(\gamma) + \dot{V}_{WX}cos(\gamma) \\ 0 \\ -V\dot{\gamma} - \dot{V}_{WH}cos(\gamma) + \dot{V}_{WX}sin(\gamma) \end{bmatrix}_A = \sum \vec{F}_{ext}$$

Forças


L
T
X_B
V
θ
X_A
α_F
α
γ
X_I
D
mg
α
γ
θ
Z_B
Z_A
Z_I

Dinâmica com vento - Dedução

$$m\begin{bmatrix} \dot{V} + \dot{V}_{WH} sin(\gamma) + \dot{V}_{WX} cos(\gamma) \\ 0 \\ -V\dot{\gamma} - \dot{V}_{WH} cos(\gamma) + \dot{V}_{WX} sin(\gamma) \end{bmatrix}_A = \vec{F}_{Aer} + \vec{F}_{Prop} + \vec{F}_{Grav}$$

Onde:

$$\vec{F}_{Aerodinamicas} = \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ -L \end{bmatrix}_A$$

$$\vec{F}_{Propulsivas} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{Propulsivo} = \begin{bmatrix} Tcos(\alpha + \alpha_F) \\ 0 \\ -Tsin(\alpha + \alpha_F) \end{bmatrix}_A$$

$$\vec{F}_{Gravitacional} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} -mgsin(\gamma) \\ 0 \\ mgcos(\gamma) \end{bmatrix}_A$$

Dedução

$$m\begin{bmatrix} \dot{V}+\dot{V}_{WH}sin(\gamma)+\dot{V}_{WX}cos(\gamma) \\ 0 \\ -V\dot{\gamma}-\dot{V}_{WH}cos(\gamma)+\dot{V_{WX}}sin(\gamma) \end{bmatrix}_A =$$
$$\begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ -L \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} Tcos(\alpha+\alpha_F) \\ 0 \\ -Tsin(\alpha+\alpha_F) \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} -mgsin(\gamma) \\ 0 \\ mgcos(\gamma) \end{bmatrix}_A$$

Logo:

$$m(\dot{V}+\dot{V}_{WH}sin(\gamma)+\dot{V}_{WX}cos(\gamma)) = -D+Tcos(\alpha+\alpha_F)-mgsin(\gamma)$$
$$m(-V\dot{\gamma}-\dot{V}_{WH}cos(\gamma)+\dot{V_{WX}}sin(\gamma)) = -L-Tsin(\alpha+\alpha_F)+mgcos(\gamma)$$

Dinâmica com vento - Dedução

A dinâmica de rotação não muda:

$$I\dot{\omega} = \sum \vec{m}_e xt$$
$$I_{yy}\dot{q} = m_A + m_F$$

Também não se modifica a relação geométrica:

$$\theta = \alpha + \gamma$$

Logo:

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}$$

Como $\vec{V}_I = \vec{V} + \vec{V}_W$:

$$\dot{H} = V sin(\gamma) + V_{WH}$$
$$\dot{x} = V cos(\gamma) + V_{WX}$$

Dinâmica com vento - Dedução

Equações do movimento longitudinal com vento:

$$\dot{V} = \frac{Tcos(\alpha + \alpha_F) - D}{m} - gsin(\gamma) - (\dot{V}_{WX}cos(\gamma) + \dot{V}_{WH}sin(\gamma))$$
$$\dot{\gamma} = \frac{L + Tsin(\alpha + \alpha_F)}{mV} - \frac{gcos(\gamma)}{V} + \frac{\dot{V}_{WX}sin(\gamma) - \dot{V}_{WH}cos(\gamma)}{V}$$
$$\dot{q} = \frac{1}{I_{yy}}(m_A + m_F)$$

Relações cinemáticas:

$$\dot{x} = V cos\gamma + V_{WX}$$
$$\dot{H} = V sin\gamma + V_{WH}$$

Relação geométrica: $\alpha = \theta - \gamma$

$$\dot{\alpha} = q - \dot{\gamma}$$

Dinâmica com vento - Dedução

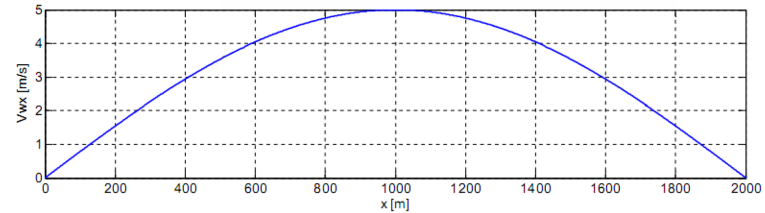
Na equação da dinâmica com vento, a variação da velocidade do vento no tempo é dada por:

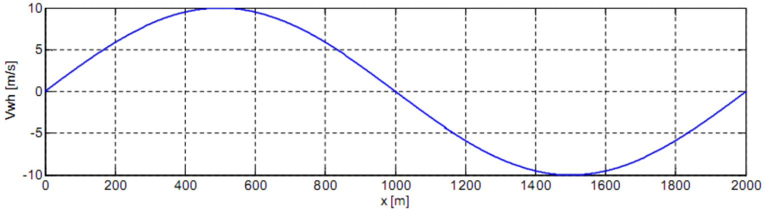
$$\dot{V}_{WX} = \frac{\partial V_{WX}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial V_{WX}}{\partial H}\frac{dH}{dt} + \frac{\partial V_{WX}}{\partial t}$$

$$\dot{V}_{WH} = \frac{\partial V_{WH}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial V_{WH}}{\partial H}\frac{dH}{dt} + \frac{\partial V_{WH}}{\partial t}$$

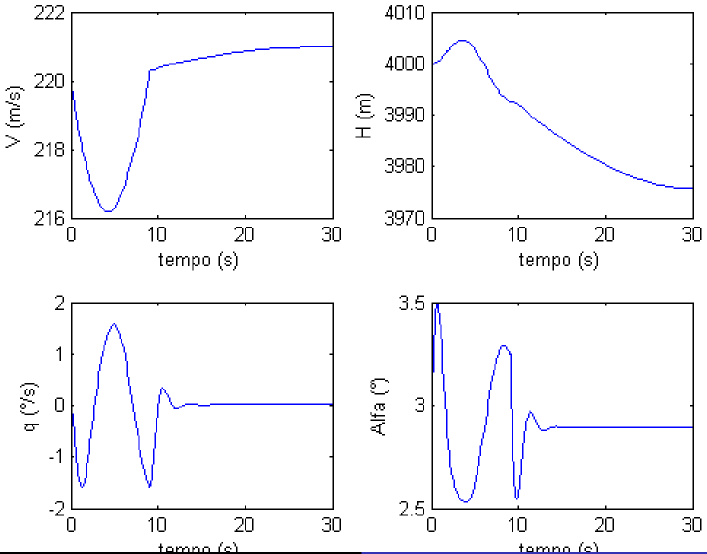
Para influenciar a dinâmica do voo, a aeronave deve atravessar uma variação (gradiente) de vento: wind shear (tesoura de vento).

Exemplo de vento:
$V_{WX} = V_{WX,max} sin(n_x \pi (x - x_i)/(x_f - x_i))$
$V_{WH} = V_{WH,max} sin(n_H \pi (x - x_i)/(x_f - x_i))$
$x_i = 0$, $x_f = 2000$, $n_x = 1$, $n_H = 2$, $V_{WX,max} = 5$ m/s, $V_{WH,max} = 10$ m/s.

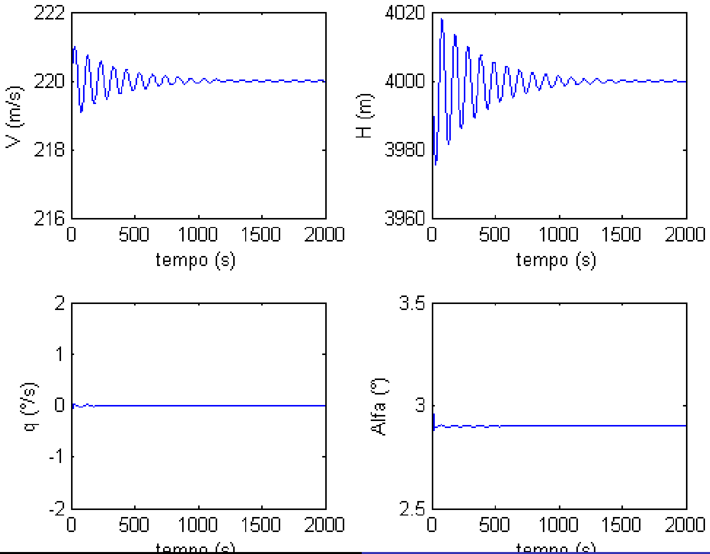




Simulação com A310:



Simulação com o A310:



Atividades práticas do dia

- Implementar equações do movimento com vento;
- Efetuar o cálculo do equilíbrio;
- Fazer simulações em diferentes condições de vento;
- Linearizar as equações com utilizando vento como entrada externa.