

# AB-721: Desempenho de Aeronaves

## Modelo atmosférico

Flávio Ribeiro

Departamento de Mecânica do Voo  
Divisão de Engenharia Aeroespacial  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica



2019

# Atmosfera

A atmosfera é definida pelas seguintes propriedades:

- ▶ temperatura
- ▶ pressão
- ▶ densidade

## FUNÇÕES DA ALTITUDE

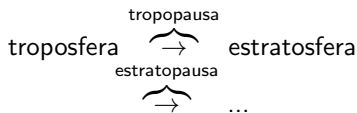
Pergunta:  
A atmosfera terrestre  
é constante?



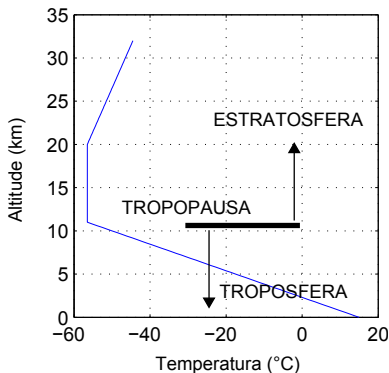
# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

- ▶ International Standard Atmosphere (ISA): USAF 1962
- ▶ temperatura padrão ao nível do mar (SL): 288,150 K (15°C)
- ▶ variação da temperatura com a altitude



- ▶ casos práticos de desempenho abordados na engenharia aeronáutica: até a estratosfera



# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

Condição (**definidas**) padrão ao nível do mar (SL, índice 0), na **Atmosfera ISA**:

altitude,	$H_0 = 0 \text{ m}$
pressão,	$p_0 = 101325.0 \text{ N/m}^2$
densidade,	$\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$
temperatura,	$T_0 = 288.15 \text{ K (15}^\circ\text{C)}$
aceleração da gravidade,	$g_0 = 9.80665 \text{ m/s}^2$
velocidade do som,	$a_0 = 340.294 \text{ m/s}$

# Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Equações da atmosfera (1):

- ▶ equação geral dos gases (gás perfeito):

$$p = \rho RT$$

onde:

- ▶ R: constante específica do gás: para o ar, 287 J/(kg K)
- ▶ p: pressão
- ▶ T: temperatura

Exemplo: uma aeronave voa a uma pressão externa de 70kPa (70000N/m<sup>2</sup>) e a uma temperatura de -28°C (-28 + 273,15K = 245,15K). Qual é a densidade do ar nestas condições?



# Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Equações da atmosfera (1):

- ▶ equação geral dos gases (gás perfeito):

$$p = \rho RT$$

onde:

- ▶ R: constante específica do gás: para o ar, 287 J/(kg K)
- ▶ p: pressão
- ▶ T: temperatura

Exemplo: uma aeronave voa a uma pressão externa de 70kPa (70000N/m<sup>2</sup>) e a uma temperatura de -28°C (-28 + 273,15K = 245,15K). Qual é a densidade do ar nestas condições?



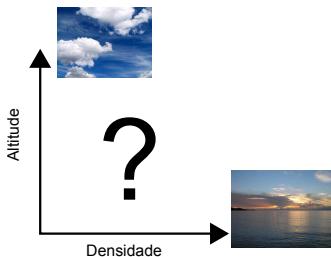
$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{70000}{287 \times 245,15} \approx 0,99 \text{ kg/m}^3$$

# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

Os parâmetros de desempenho são determinados em termos da **altitude** do voo.

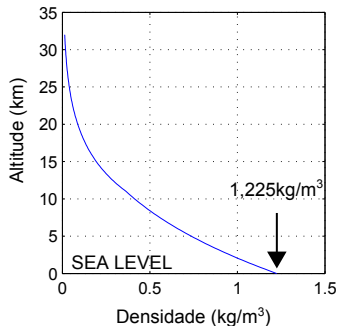
### Como varia a densidade com a altitude?



# Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

## Como varia a densidade com a altitude?



Vamos aprender a determinar esta variação!



# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

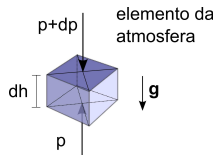
Equações da atmosfera (2):

- ▶ equilíbrio de forças sobre elemento de ar:

$$(p + dp)A - pA + \underbrace{\rho(A dh)}_{\text{massa}} g = 0 \Leftrightarrow dp = -\rho g dh$$

onde:

- ▶  $p$  é a pressão atmosférica
- ▶  $dp$  é a variação de pressão
- ▶  $dh$  é a variação de altitude
- ▶  $A$  é a área do “elemento” de ar assumido



# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

- ▶ Da equação da atmosfera (1) - equação geral dos gases:

$$p = \rho RT \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T}$$

- ▶ Da equação da atmosfera (2) - equilíbrio de forças sobre elemento de ar:

$$dp = -\rho g dh$$

- ▶ substituindo (2) em (1):

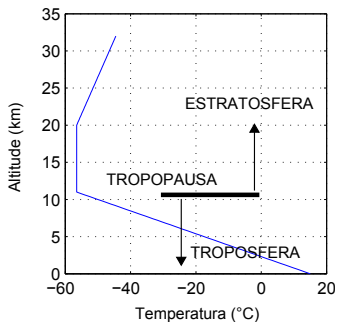
$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left( \frac{g}{RT} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dh} \right) dh$$

# Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

## Como varia a temperatura com a altitude?

Em atmosfera padrão, esse comportamento é assumido:



# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left( \frac{g}{RT} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dh} \right) dh$$

Em atmosfera padrão, Troposfera (0 - 11km):

- ▶ variação linear da temperatura em cada camada da atmosfera de interesse:

$$T = T_0 + T'h, \quad T' = -6,5 \times 10^{-3} K/m$$

- ▶ integrando a partir do SL (índice 0):

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{T'}{T_0} h \right)^{-\frac{1}{T'} \left( \frac{g}{R} + T' \right)}$$

# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

Em atmosfera padrão, Estratosfera (para porção onde  $T=\text{cte}$ , 11 - 20km)

- ▶ variação linear da temperatura em cada camada da atmosfera de interesse:

$$T = T_1 = 216,65K$$

- ▶ integrando a partir de 11000m ( $\rho_1$ ):

$$\rho = \rho_1 e^{-\frac{g}{RT_1}(h-h_1)}$$

# Atmosfera

## Atmosfera terrestre padrão, ISA

Exemplo: uma aeronave voa em atmosfera padrão, a uma altitude de 5000m. Determine a densidade do ar nestas condições.

É sabido em uma atmosfera padrão (ISA) que:

- ▶  $T_0 = 288,15K (15^\circ C)$
- ▶  $\rho_0 = 1,225kg/m^3$
- ▶  $T' = \frac{dT}{dh} = -6,5 \times 10^{-3}K/m$
- ▶  $g = 9,80665m/s^2$
- ▶  $R = 287J/(kgK)$



# Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

- ▶  $T_0 = 288,15K (15^\circ C)$
- ▶  $\rho_0 = 1,225kg/m^3$
- ▶  $T' = \frac{dT}{dh} = -6,5 \times 10^{-3}K/m$
- ▶  $g = 9,80665m/s^2$
- ▶  $R = 287J/(kgK)$

A 5000m estamos na troposfera, logo, na ISA:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \left( 1 + \frac{T'}{T_0} h \right)^{-\frac{1}{T'} \left( \frac{g}{R} + T' \right)} \\ &= 1,225 \left( 1 + \frac{-6,5 \times 10^{-3}}{288,15} 5000 \right)^{-\frac{1}{-6,5 \times 10^{-3}} \left( \frac{9,80665}{287} + (-6,5 \times 10^{-3}) \right)} \\ &= 0.7360kg/m^3 \end{aligned}$$



# Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

retirado do livro do YECHOUT

Appendix B

## Properties of the U.S. Standard Atmosphere

In this appendix the properties of the 1962 U.S. Standard Atmosphere are tabulated in accordance with Eqs. (1.5–1.17) and (1.21–1.22) of Chapter 1. Two tables are given: Table B1 in English units and Table B2 in Metric units.

Table B1 U.S. Standard atmosphere in English units

Altitude	Temperature	Temperature ratio	Pressure	Pressure ratio	Density	Density ratio	Coefficient of viscosity	Speed of sound
$h$ , ft	$T$ , °R	$\theta$	$P$ , psf	$\delta$	$\rho$ slugs $\frac{\text{ft}^3}{\text{ft}^3}$ $\times 10^{-3}$	$\sigma$	$\mu$ lb · sec $\frac{\text{ft}^2}{\text{ft}^2}$ $\times 10^{-7}$	$a$ , ft/s
0	518.7	1.000	2116	1.000	2.377	1.000	3.737	1,116.4
1,000	515.1	0.9932	2041	0.9644	2.3081	0.97106	3.717	1,112.6
2,000	511.5	0.9863	1963	0.9298	2.2409	0.94277	3.697	1,108.7
3,000	508.0	0.9794	1879	0.8962	2.1751	0.91512	3.677	1,104.0
4,000	504.4	0.9725	1828	0.8637	2.1109	0.88809	3.657	1,101.0
5,000	500.8	0.9657	1761	0.8320	2.0481	0.86167	3.636	1,097.1
6,000	497.3	0.9588	1696	0.8014	1.9868	0.83586	3.616	1,093.2
7,000	493.7	0.9519	1633	0.7716	1.9268	0.81064	3.596	1,089.2
8,000	490.1	0.9459	1572	0.7428	1.8683	0.78602	3.575	1,085.3
9,000	486.6	0.9382	1513	0.7148	1.8111	0.76196	3.555	1,081.4
10,000	483.0	0.9313	1456	0.6877	1.7533	0.73848	3.534	1,077.4



# Atmosfera

Atmosfera terrestre real:  $ISA + \Delta T$

- ▶ atmosfera real  $\neq$  atmosfera padrão
- ▶ convencionam-se **relacioná-la com a atmosfera padrão**
- ▶ conceitos importantes:

altitude-pressão

altitude-densidade

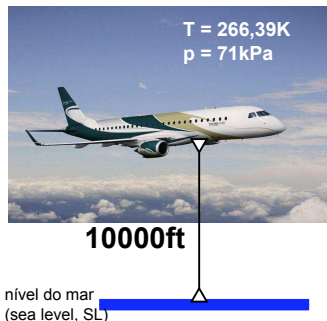
# Atmosfera

Atmosfera terrestre real:  $ISA + \Delta T$

Considere a aeronave a seguir, voando a 10000ft (3,048km) de altitude:

- ▶ o sensor de temperatura indica  $-6,76^{\circ}\text{C}$  (266,39K)
- ▶ o sensor de pressão (estática) indica: 71kPa

A aeronave voa em atmosfera ISA?



# Atmosfera

Atmosfera terrestre real: ISA +  $\Delta T$

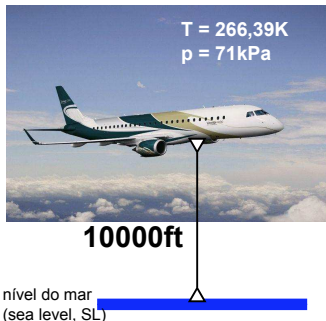
Para 3,048km (10000ft), a ISA nos fornece:

$$T = T_0 + T'h$$

$$= 288,15 - 6,5 \times 10^{-3} 3048 = 268,33K$$

Resposta: **NÃO!**

Diz-se que a aeronave voa em ISA +  $\Delta T$ .  
Neste caso,  $\approx$  **ISA -2°C.**



# Atmosfera

Atmosfera terrestre real:  $ISA + \Delta T$

Considerando agora somente a pressão: 71kPa. Se a aeronave estivesse voando ISA, usando a tabela ( $p = \rho(h)R(T_0 + T'h)$ ), teríamos uma altitude equivalente de **2895m (9500ft)**.

Diz-se que a aeronave voa em **altitude-pressão de 9500ft ou 2895m**, ou seja,

na altitude da ISA correspondente à pressão atual da aeronave.



10000ft

nível do mar  
(sea level, SL)

# Atmosfera

Atmosfera terrestre real: ISA +  $\Delta T$

Se fizermos o mesmo para a densidade:

densidade atual:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{71000}{287 \times 266,39} = 0,93 \text{ kg/m}^3$$



tabela ISA



**altitude ISA correspondente:  $\approx 2795\text{m}$   
( $\approx 9170\text{ft}$ )**

Diz-se que a aeronave voa em **altitude-densidade de 9170ft ou 2795m**, ou seja,

na altitude da ISA correspondente  
à densidade atual da aeronave.



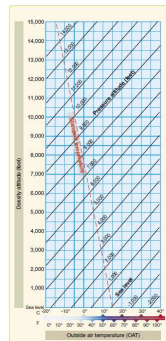
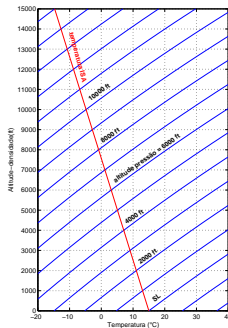
**10000ft**

nível do mar  
(sea level, SL)

# Atmosfera

Atmosfera terrestre real: ISA+ $\Delta T$

- ▶ mede-se a pressão atmosférica (altitude-pressão)
- ▶ mede-se a temperatura atual
- ▶ usa-se o gráfico de altitude densidade
- ▶ verifica-se o desempenho para a altitude densidade correspondente



fonte: FAA

# Atmosfera

Atmosfera terrestre real:  $ISA + \Delta T$

Exemplo: determinada aeronave voa em altitude-pressão de 5000ft, conforme indicado pelo altímetro. O piloto, checando o AFM (*Aircraft Flight Manual*) observa que para esta condição e para o peso da aeronave, ela necessita de 790ft de pista para decolar, **em condições padrão (ISA)**.

Operando em uma temperatura  $20^{\circ}\text{C}$  superior à temperatura padrão, isto é, em atmosfera **ISA+20**, ele verifica que a altitude-densidade é aproximadamente 7400ft.

Checando o AFM para este valor de altitude-densidade, o piloto verifica que a pista necessária para decolagem é de 1000ft.

mais quente  $\rightarrow$  densidade menor  $\rightarrow$  piora no desempenho

# Atmosfera

Atmosfera terrestre real:  $ISA + \Delta T$

Exemplo de um diagrama genérico de desempenho em decolagem (FAA):

